பாகியல்

ஒரு குழாயின் வழியாக சீரான வேகத்தில் ஓடிக்கொண்டிருக்கும் திரவத்தைக் கருதுவோம். குழாயின் அச்சின் வழியாக செல்லக்கூடிய திரவ அடுக்கு பெரும திசைவேகம் கொண்டிருக்கும். சுவரினைத் தொட்டுக் கொண்டிருக்கும் திரவ அடுக்கு ஓய்வு நிலையில் இருக்கும். அச்சிற்கும் சுவற்றிற்கும் இடைப்பட்ட அடுக்குகளின் திசைவேகம் அச்சின் மையத்திலிருந்து சுவற்றை நோக்கிச் செல்ல செல்ல படிப்படியாக குறைகிறது. இவ்வாறு மாறுபட்ட திசைவேகம் கொண்ட திரவ அடுக்குகள் ஒன்றின்மீது மற்றொன்று நகர்கிறது. எனவே மாறுபட்ட திசைவேகங்களில் நகரும் திரவ அடுக்குகட்கிடையே ஒரு உராய்வு விசை தோன்றுகிறது. இவ்விசையை சரிசெய்வதற்கு ஒரு தொடுகோட்டு விசை தோன்றுகிறது. இந்த பின்னிழுப்பு விசையை எதிர்த்து ஈடுசெய்யக் கூடிய வெளிவிசை செயல்பட்டால்தான், திரவ அடுக்குகட்கிடையே சார்பு இயக்கம் ஏற்படும். பல மாறுபட்ட அடுக்குகட்கு இடையே உள்ள சார்பு இயக்கத்தை எதிர்க்கின்ற திரவத்தின் பண்பினைப் பாகியல் அல்லது பாகியல் அல்லது உள் உராய்வு என்பர். தொடுவிசையை பாகுநிலை விசை என்பர்.

பாகியல் எண் (coefficient of viscosity)

திரவங்களிலுள்ள உராய்வு விசைக்கான அடிப்படைச் சமன்பாட்டினை முதன் முதலாக நியூட்டன் வருவித்தார். இதனை பாகியலுக்கான நியூட்டன் சமன்பாடு என்பர். ஒரு குழாயின் வழியாகத் திரவம் சீரான வேகத்தில்

என்று கொள்ளும்போது , நியூட்டனின் பாகுநிலை விதிப்படி

1. தொடர்பு கொள்ளும் இரு திரவ அடுக்குகளின் பொதுப் பரப்பளவிற்கு நேர்த்தகவிலும் ($F \propto A$)
2. இரு அடுக்குகளிடையே உள்ள சார்புத் திசைவேகத்திற்கு நேர் தகவிலும் $F \propto (V_1 - V_2)$
3. இரு அடுக்குகளிடையே உள்ள தொலைவிற்கு எதிர் தகவிலும் ($F \propto 1/l$) அமையும்

$$\therefore F \propto A \frac{(V_1 - V_2)}{l} \qquad \frac{V_1 - V_2}{l} = \frac{dV}{l}$$

$$F = \eta A \frac{V_1 - V_2}{l}$$

இங்கு η என்பது திரவத்தின் பண்பினைச் சார்ந்த மாறிலி. இதனை பாகியல் எண் என்பர்.

$\frac{V_1 - V_2}{l}$ என்பது தொலைவினைச் சார்ந்த திசைவேகம் மாறுபடும் வீதத்தைக் குறிக்கிறது. இதனை திசைவேக வாட்டம் (velocity gradient) என்பர்.

$$\therefore \eta = \frac{F}{A \frac{(V_1 - V_2)}{l}}$$

$A = 1m^2$, $\frac{V_1 - V_2}{l} = 1$ எனில் $\eta = F$. இதிலிருந்து பாகியல் எண்ணினை வரையறுக்கலாம்.

ஓரலகு திரவத்தின் ஓரலகு பரப்பில் செயல்பட்டு ஓரலகு திசைவேக வாட்டத்தைத் தோற்றுவிக்கும் தொடுவிசையே, அத்திரவத்தின் பாகியல் எண் எனப்படும்.

அலகு: F-ன் அலகு நியூட்டன், A-ன் அலகு மீட்டர்², $\frac{V_1 - V_2}{l}$-ன் அலகு மீட்டர்/வினாடி/மீட்டர்

$$\therefore \frac{V_1 - V_2}{l} = \frac{1}{\text{வினாடி}}$$

$$\eta = \frac{\text{நியூட்டன்}}{\text{மீட்டர்}^2 \times \frac{1}{\text{வினாடி}}} = \text{நியூட்டன் வினாடி மீட்டர்}^{-2}$$

$$\eta = NSm^{-2}$$

பரிமாணம் (Dimension)

$$\eta = \frac{F}{A\frac{(v_1-v_2)}{l}} \qquad a = \frac{LT^{-1}}{T}$$

$$F = ma = MLT^{-2}, \quad A = L^2.$$

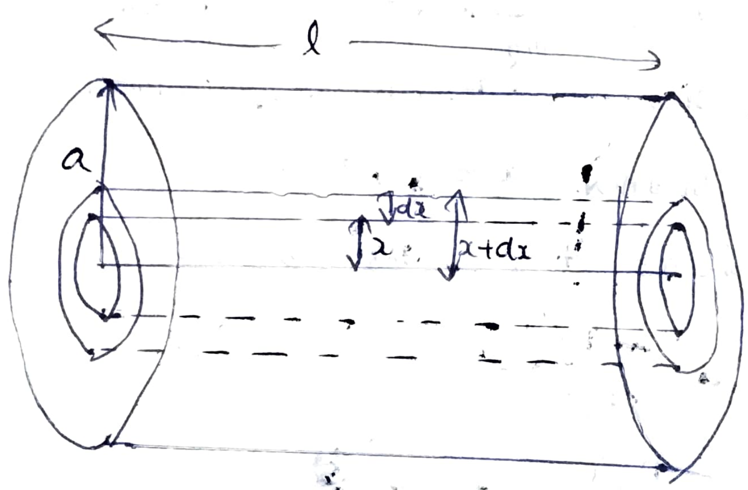
$$\frac{v_1-v_2}{l} = \frac{LT^{-1}}{L} = T^{-1}$$

$$\eta = \frac{MLT^{-2}}{L^2T^{-1}}$$

$$\eta = ML^{-1}T^{-1}$$

பாய்சுலே வாய்ப்பாடு

நுண்புழைக் குழாயின் வழியாகச் செல்லும் திரவத்தின் சீரான இயக்கத்தை பாய்சுலே என்பவர் ஆராய்ந்து, குழாயின் வழியாக ஒரு நொடியில் பாயும் திரவத்தின் பருமனுக்கான தொடர்பு ஒன்றினைப் பெற்றார். இதனை பாய்சுலே வாய்ப்பாடு என்பர்.



நீளம் l மீ, ஆரம் a மீ கொண்ட நுண்புழைக் குழாயின் வழியாக திரவம் சீரான இயக்கம் கொண்டிருப்பதாகக் கொள்வோம். அதின் வழியாகச் செல்லும் திரவ ஓட்டம் திசைவேகம் பெருமமாகவும், சுவரினைத் தொட்டுக் கொண்டு செல்லும் அடுக்கு நிலையாகவும் இருக்கும்.

அச்சிலிருந்து x, $x+dx$ ஏடுகளைக் கருதுவோம். இந்த ஏடுகளின் தொடுதலின் பரப்பு A,

$$F = -\eta A \frac{dv}{dx} \quad \text{—— (1)}$$

இங்கு $A = 2\pi x l$

$$\therefore F = -\eta\, 2\pi x l \frac{dv}{dx} \quad \text{—— (2)}$$

நுண்புழைக் குழாயின் முனைகளுக்கிடையே உள்ள அழுத்த வேறுபாடு P எனக் கொள்வோம். இதனால் உருளையின் பெறும் விசை $F = P\cdot\pi x^2$

$$\therefore P\pi x^2 = -\eta\, 2\pi x l \frac{dv}{dx}$$

$$dv = -\frac{Px}{2\eta l}\, dx \quad \text{—— (3)}$$

$$\int dv = \frac{-P}{2\eta l} \int x\, dx$$

$$\therefore V = \frac{-Px^2}{4\eta l} + c \quad \text{—— (4)}$$

இங்கு c என்பது தொகையாக்க மாறிலி

குழாயின் சுவரில் $x = a$, $V = 0$

இதனை சமன்பாடு (4)ல் பிரதியிட

$$0 = \frac{-Pa^2}{4\eta l} + c$$

$$c = \frac{Pa^2}{4\eta l} \quad \text{—— (5)}$$

சமன்பாடு (5)-னைச் சமன்பாடு 4ல் பிரதியிட

$$V = \frac{-Px^2}{4\eta l} + \frac{Pa^2}{4\eta l}$$

$$\therefore V = \frac{P}{4\eta l}(a^2 - x^2) \quad \text{—— (6)}$$

சமன்பாடு 6 -லிருந்து x தொலைவில் அமைந்துள்ள அடுக்கின் திசைவேகத்தை தருகிறது.

இங்கு x-ம் அதன் dx-ம் தொலைவு உள்ள இந்த அடுக்கின் குறுக்கு வெட்டுப் பரப்பு $= 2\pi x\, dx$.

இதன் வழியாக ஒரு வினாடியில் பாயும் திரவத்தின் பருமன்

$$dQ = \text{குறுக்கு வெட்டு பரப்பு} \times \text{திசைவேகம்}$$

$$dQ = 2\pi x\, dx \cdot V \quad \text{—— (7)}$$

சமன்பாடு 6 -லிருந்து V-ன் மதிப்பைப் பதிலீடு செய்ய

$$dQ = 2\pi x\, dx \cdot \frac{P}{4\eta l}(a^2 - x^2)$$

$$= \frac{\pi P}{2\eta l}\, x(a^2 - x^2)\, dx \quad \text{—— (8)}$$

குழாயின் வழியாக ஒரு வினாடியில் பாயும் திரவத்தின் பருமன்

$$Q = \frac{\pi P}{2\eta l}\int_0^a x(a^2 - x^2)\, dx \quad \text{—— (9)}$$

$$= \frac{\pi P}{2\eta l}\left[\frac{a^2x^2}{2} - \frac{x^4}{4}\right]_0^a$$

$$= \frac{\pi P}{2\eta l}\left[\frac{a^4}{2} - \frac{a^4}{4}\right]$$

$$Q = \frac{\pi P a^4}{8\eta l} \quad \text{—— (10)}$$

இது ஒரு வினாடியில் குழாயிலிருந்து வெளிவரும் திரவத்தின் பருமன் ஆகும். இச்சமன்பாடு பாய்சுலியின் சமன்பாடு (10) என அழைக்கப்படுகிறது.

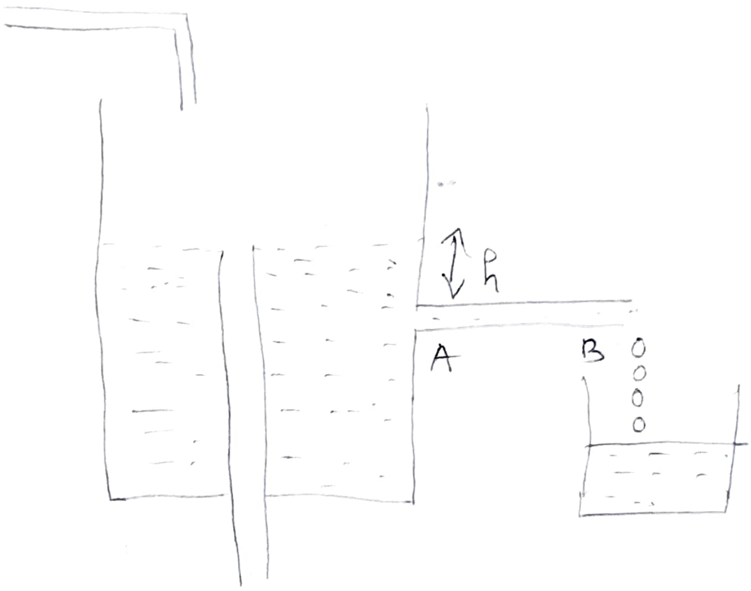
1. திரவ ஓட்டம் நிலையானதாகவும், வரிசைச்சீர் இயக்கமாகவும் இருக்க வேண்டும்.

2. குழாய் கிடைமட்டத்தில் அமைய வேண்டும்

3. எந்த ஒரு குறுக்கு வெட்டிலும் அழுத்தம் நிலையாக இருக்க வேண்டும். இந்த நிலையில் தான் ஆர ஓட்டம் இருக்காது

4. குழாயின் சுவரினைத் தொட்டுக் கொண்டிருக்கும் அடுக்கு அமைதி நிலையில் இருக்க வேண்டும்.

பாய்சுயல் முறைப்படி திரவத்தின் பாகியல் எண் காணல்



நிலையான மட்டத் தொட்டியில் h உயரத்திற்குத் திரவம் வைக்கப்பட்டுள்ளது. இத்தொட்டியின் அடிப்பகுதியில் கிடைமட்டத்தில் நீளமான நுண்புழைக் குழாய் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. குழாயின் முனைக்குக் கீழாக எடை தெரிந்த முகவை வைக்கப்பட்டுள்ளது. முகவையில் ஓர் குறிப்பிட்ட நேரத்திற்குத் திரவம் சேகரிக்க வேண்டும். இதன் எடை காண

அதிலிருந்து ஓர் குறிப்பிட்ட நேரத்திற்கு (1 நொடி) நுண்புழைக் குழாயிலிருந்து வெளிவரும் திரவத்தின் நிறையைக் கணக்கிடுவோம். 1 நொடி நேரத்தில் வெளிவரும் திரவத்தின் நிறை m எனக் கொண்டால் ஒரு நொடியில் வெளியேறிய திரவத்தின் பருமன்

$$V = \frac{m}{\rho t}$$

நுண்புழைக் குழாய் அச்சிலிருந்து, பாகுநிலையுள்ள திரவ மட்ட உயரம் h எனில் அழுத்த வேறுபாடு $P = h\rho g$. மீட்டர் அளவு கோலினைப் பயன்படுத்தி நுண்புழைக் குழாயின் நீளம் l-ஐயும், நுண்ணோக்கியைப் பயன்படுத்தி அதன் ஆரம் a அளவிடுவோம். வேறு உபகரணத்தைப் பயன்படுத்தி ρ அளவிடுவோம்.

திரவத்தின் பாகியல் எண் $\eta = \frac{\pi \rho g a^4}{8lV} ht$

என்ற சமன்பாட்டினைப் பயன்படுத்தி η கணக்கிடுவோம்.

உயர் பாகுநிலை கொண்ட திரவங்களின் பாகியல் எண் (viscosity of highly viscous liquid)

i. ஸ்டோக்ஸ் முறை (Stokes method)

உயர் பாகுநிலைத் திரவத்தில் பொருளின் இயக்கம் (Motion through a highly viscous liquid)

ஓர் பொருள் ஒரு திரவத்தின் வழியாக செல்லும் போது, அப்பொருளின் இயக்கத்திற்கு

ஒரு திரவத்தை அடைந்ததும் பொருளின் திசைவேகம் அதிகரிக்கிறது. ஒரு குறிப்பிட்ட நிலையில் பாகியல் விசை, மிதப்பு விசை (Viscous force) சமமாகும். அப்போது பொருள் மாறாத திசைவேகத்தில் செல்லும். இந்த நிலையில் தொகுபயன் விசை சுழியாகும். அப்போது பொருளானது ஒரு குறிப்பிட்ட திசைவேகத்துடன் நகருகிறது. இந்த திசைவேகத்தை முற்றுத் திசைவேகம் (terminal velocity) என்பர்.

ஸ்டோக்ஸ் வாய்பாடு (Stokes formula)

பாகு நிலை திரவத்தில் ஒரு கோளம் மெதுவாக சீரான திசைவேகத்தில் செல்லும் போது, எதிர்க்கின்ற தடை $F = 6\pi \eta a V$ என ஸ்டோக்ஸ் காட்டினார். இதனை ஸ்டோக்ஸ் வாய்பாடு என்பர். இங்கு a என்பது கோளத்தின் ஆரம், V என்பது முற்றுத் திசைவேகம். பரிமாண முறையில் இச்சமன்பாட்டினை வருவிக்கலாம்.

பாகுநிலை விசை

(1) முற்றுத் திசைவேகம் (v)

2) கோளத்தின் ஆரம் (a)

3) திரவத்தின் பாகுநிலை எண் (η)

ஆகிய வற்றைச் சார்ந்திருக்கும்

$$F \propto v^x a^y \eta^z$$

$$\therefore F = K v^x a^y \eta^z$$

இங்கு K ஒரு மாறிலி. x, y, z என்பவை v, a, η ஆகியவற்றின் பரிமாணக் காரணிகள்

F ன் பரிமாணம் $F = ma = MLT^{-2}$

V ன் பரிமாணம் $v = LT^{-1}$

a ன் பரிமாணம் $= L$

η ன் பரிமாணம் $\eta = ML^{-1}T^{-1}$

K ஒரு மாறிலி. எனவே இதற்கு பரிமாணம் கிடையாது. மேற்கண்ட பரிமாணங்களை சமன்பாடு 1ல் பதிலீடு செய்ய

$$(MLT^{-2}) = (LT^{-1})^{x} (L)^{y} (ML^{-1}T^{-1})^{z}$$

$$M^{1}L^{1}T^{-2} = M^{z} L^{x+y-z} T^{-x-z}$$

M, L, T ஆகியவற்றின் அடுக்குகளை ஒப்பிட

$$z = 1$$

$$x + y - z = 1$$

$$x + z = 2$$

$$\therefore x = 1 , y = 1$$

x, y, z ஆகியவற்றின் மதிப்புகளை சமன்பாடு (1) ல் பதிலீடு செய்ய $F = kva\eta$

சோதனையின் அடிப்படையிலிருந்து $k = 6\pi$ என கண்டுபிடிக்கப்பட்டது.

$$\therefore \boxed{F = 6\pi\eta a v}$$

இந்த சமன்பாடு ஸ்டோக்ஸ் வாய்பாடு எனப்படும்

(4) முற்று திசைவேகத்திற்கான கோவை

(Expression for terminal velocity)

கோளப் பொருளின் அடர்த்தி ρ எனவும் திரவத்தின் அடர்த்தி σ எனவும் கொள்வோம்

பருமன் × ρ × g

கோளத்தின் எடை

$$= \frac{4}{3}\pi a^3 \rho g$$

கோளமானது, அதன் பருமனுக்குச் சமமான பருமன் கொண்ட திரவத்தை இடம்பெயரச் செய்கிறது.

∴ இடம்பெயர்ச்சி அடைந்த திரவத்தின் எடை

$$= \frac{4}{3}\pi a^3 \sigma g$$

இதுவே மேல்நோக்கிய அழுத்தமாகும்.

∴ கோளத்தின் தோற்ற எடை $= \frac{4}{3}\pi a^3 (\rho-\sigma) g$

கோளம் முற்றுத் திசைவேகத்தை அடைந்த பின்,

பாகுநிலை விசை = கோளத்தின் தோற்ற எடை

$$6\pi\eta a v = \frac{4}{3}\pi a^3 (\rho-\sigma) g$$

முற்றுத் திசைவேகம் $v = \frac{2}{9}\frac{a^2(\rho-\sigma)g}{\eta}$

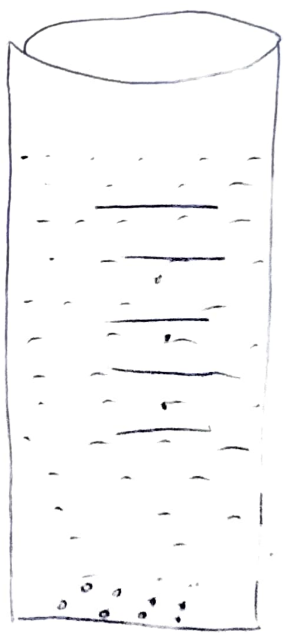
எனவே முற்றுத் திசைவேகம்

1. கோளத்தின் ஆரத்தின் இருமடிக்கு நேர் தகவாகவும்
2. கோளப் பொருளின் அடர்த்தி, திரவத்தின் அடர்த்தி இவற்றிற்கிடையே உள்ள வேறுபாட்டிற்கு நேர் தகவாகவும்,
3. பாகுநிலை எண்ணிற்கு எதிர்தகவாகவும் அமையும்

$$\therefore \eta = \frac{2}{9}\frac{a^2(\rho-\sigma)g}{v}$$

முற்றுத் திசைவேகம் தெரிந்தால், திரவத்தின் பாகுநிலை எண் கணக்கிடலாம்

செய்முறை: பாகுநிலையை அறிய உயர் பாகுநிலை திரவத்தை உயரமான ஜாடியில் எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும். ஜாடியின் வெளிப்புறத்தில் சமதொலைவுகளில் குறியீடுகளை குறித்துக் கொள்ள வேண்டும். சிறிய கோள உருண்டையை எடுத்து, திருகளவி கொண்டு அதன் ஆரத்தை அளந்து கொள்ள வேண்டும். இந்த கோளத்தை திரவத்தில் மெதுவாகப் போட வேண்டும். ஜாடியின் வெளிப்பகுதியில் இருக்கப்பட்டுள்ள அடுத்தடுத்த குறியீடுகளைக் கடப்பதற்கான நேரத்தைக் கணக்கிட வேண்டும். அடுத்தடுத்த இரு குறியீடுகளைக் கடப்பதற்கான நேரம் சமமாக இருக்கும் போது, கோளம் முற்றுத் திசைவேகத்தில் நகருகிறது. இரு குறியீடுகட்கிடையே உள்ள தூரம் x ஐ அளக்க வேண்டும். இந்த தொலைவைக் கடப்பதற்கான நேரம் t எனின் முற்றுத் திசைவேகம் $v = x/t$. இதிலிருந்து $\frac{a^2}{v}$ கணக்கிடலாம். இங்கு a என்பது கோளத்தின் ஆரம். ஒரே வகையான பொருளாலான பல கோளங்கட்கு சோதனையைச் செய்து $\frac{a^2}{v}$ கணக்கிடலாம். இது ஒரு மாறிலியாகும். கோளப் பொருளின் அடர்த்தி ρ எனவும், திரவத்தின் அடர்த்தி σ எனவும் கொள்வோம்.



$$\eta = \frac{2a^2(\rho-\sigma)g}{9v}$$ என்பது தெரியும். இதனைப் பயன்படுத்தி திரவத்தின் பாகுநிலை எண் கணக்கிடலாம்